EXERCICE№17

$$f(x)=\frac{2-\sin(\frac{1}{x})}{x} \quad ; \quad x\in\mathbb{R}^*$$

1) a) pour x>0 $\sin(\frac{1}{x})\le 1 \Rightarrow -\sin(\frac{1}{x})\ge -1 \Rightarrow 2-\sin(\frac{1}{x})\ge 1$

$\Rightarrow \frac{2-\sin(\frac{1}{x})}{x}\ge\frac{1}{x}$ (car x>0) $\Rightarrow f(x)\ge\frac{1}{x}$

b) $f(x)\ge\frac{1}{x}$ pour x>0 et $\lim\limits_{x\to 0^+}(\frac{1}{x})=+\infty$ d'où $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=+\infty$

2) a) pour x<0 $2-\sin(\frac{1}{x})\ge 1 \Rightarrow \frac{2-\sin(\frac{1}{x})}{x}\le\frac{1}{x}$ (car x<0) $\Rightarrow f(x)\le\frac{1}{x}$

b) $f(x)\le\frac{1}{x}$ pour x<0 et $\lim\limits_{x\to 0^-}(\frac{1}{x})=-\infty$ d'où $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=-\infty$

Rq : f n'admet pas de limite en 0

EXERCICE№18

1) $f(x)=\frac{x+1}{x-2}$; I=$]2,+\infty[$ $f'(x)=\frac{-3}{(x-2)^2}<0$

f est continue et strictement décroissante sur $]2,+\infty[$

d'où $f(]2,+\infty[)=\left]\lim\limits_{x\to+\infty} f,\lim\limits_{x\to 2^+} f\right[=]1,+\infty[$

2) $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$;I=$]-\infty,0]$ $f'(x)=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}<0 \ \forall x\in I$

f est continue et strictement décroissante sur $]-\infty,0] \Rightarrow f(]-\infty,0])=\left[f(0),\lim\limits_{-\infty} f\right[=[0,+\infty[$

3) $f(]0,\frac{\pi}{2}])=[f(\frac{\pi}{2}),\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)[=[1,+\infty[$

4) $f(x)=tg(\pi x)$; I=$\left]-\frac{1}{2},0\right]$ $f'(x)=\pi.(1+tg^2(\pi x)>0$

f est continue et strictement croissante sur $\left]-\frac{1}{2},0\right]$

d'où $f(\left]-\frac{1}{2},0\right])=\left]\lim\limits_{(-\frac{1}{2})^+} f,f(0)\right]=]-\infty,0]$ (car $\lim\limits_{(-\frac{1}{2})^+} tg(\pi x)=-\infty$)

Qarray.tn -Aqua Biech- Qarray.tn